



练习册

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学

必修第四册 RJB

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

详答案本

01

【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课前预习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 余弦定理

文字语言	三角形任何一边的_____等于其他两边的_____减去这两边与它们夹角_____的2倍
符号语言	$a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $c^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
变形形式	$\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos C = \underline{\hspace{2cm}}$

【诊断分析】判断下列说法的正误。(正确的打“√”，错误的打“×”)

(1)余弦定理反映了任意三角形边角之间的关系，因此它适用于任何三角形。 ()

◆ 知识点二 利用余弦定理解三角形

利用余弦定理主要解答如下两种解三角形的问题：

(1)已知三角形的两边和一个角，求_____；

(2)已知三角形的三边，求_____。

【诊断分析】判断下列说法的正误。(正确的打“√”，错误的打“×”)

(1)若 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$ ，则 $A = 90^\circ$ 。 ()

(2)在 $\triangle ABC$ 的六个元素中，已知任意三个元素可求其他元素。 ()

(3)在 $\triangle ABC$ 中，已知两边及夹角时， $\triangle ABC$ 不一定唯一。 ()

(4)若在三角形中，已知两边及一边的对角，则这样的三角形唯一确定。 ()

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点一 已知三角形两边及其一角解三角形

例1 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，根据下列条件解三角形。

(1) $a = 2, b = 2\sqrt{2}, C = 15^\circ$ ；

(2) $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{2}, B = 45^\circ$ 。

变式 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B = 120^\circ, AC = \sqrt{19}, AB = 2$ ，则 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

[素养小结]

已知三角形两边及其一角解三角形有以下两种情况：

(1)已知两边和两边夹角，直接应用余弦定理求出第三边，然后根据边角关系应用正弦定理或余弦定理求解。

(2)已知两边和一边的对角，有两种解法。解法一：利用余弦定理列出关于第三边的等量关系建立方程，运用解方程的方法求出第三边的长，这样可免去判断取舍的麻烦；解法二：直接运用正弦定理，先求角再求边，需讨论。

拓展 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $B = 60^\circ$ ，最大边与最小边的边长之比为 $(\sqrt{3} + 1) : 2$ ，求 $\triangle ABC$ 的最大角。

◆ 探究点三 判断三角形的形状

例3 (1)在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos B} = \frac{a}{b}$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为_____。

(2)在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $2B = A + C, b^2 = ac$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为_____。

变式 (1)已知锐角三角形的边长分别为 $1, 3, a$ ，则 a 的取值范围是 ()

A. $(2, 4)$ B. $(2.5, 3.5)$
C. $(2\sqrt{2}, \sqrt{10})$ D. $(2\sqrt{2}, 4)$

(2)[2024·沈阳二中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $a - c \cos B = b - c \cos A$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

A. 等腰三角形 B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等腰或直角三角形

[素养小结]

利用余弦定理判断三角形形状的两种途径

①先化边为角，再进行三角恒等变换，求出三角之间的数量关系；

②先化角为边，再进行代数恒等变换，求出三边之间的数量关系。

03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型二 简单几何体的表面积与体积的计算

[类型综述] (1)体积公式;(2)表面积公式;(3)内切(外接);(4)轴截面.

例 2 (1)(多选题)[2023·新课标Ⅱ卷] 已知圆锥的顶点为 P , 底面圆心为 O , AB 为底面直径, $\angle APB = 120^\circ$, $PA = 2$, 点 C 在底面圆周上, 且二面角 $P-AC-O$ 的平面角为 45° , 则 ()

- A. 该圆锥的体积为 π
- B. 该圆锥的侧面积为 $4\sqrt{3}\pi$
- C. $AC = 2\sqrt{2}$
- D. $\triangle PAC$ 的面积为 $\sqrt{3}$

(2)[2023·新课标Ⅱ卷] 底面边长为 4 的正四棱锥被平行于其底面的平面所截, 截去一个底面边长为 2, 高为 3 的正四棱锥, 所得棱台的体积为 _____.

变式 (1)[2024·湖南长沙雅礼中学高一期末] 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 PBC , $PA = 2$, $\triangle PBC$ 是边长为 $\sqrt{3}$ 的正三角形, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积是 ()

- A. π
- B. 2π
- C. 4π
- D. 8π

04

课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

9. (多选题)[2024·浙江嘉兴八校联盟高一期中] 已知圆锥的底面半径为 1, 其侧面展开图是一个半圆, 设圆锥的顶点为 V , A, B 是底面圆周上的两个不同的动点, 给出下列四个结论, 其中正确的是 ()

- A. 圆锥的侧面积为 4π
- B. 母线与圆锥的高所成角的大小为 $\frac{\pi}{6}$
- C. $\triangle VAB$ 可能为等腰直角三角形
- D. $\triangle VAB$ 的面积的最大值为 $\sqrt{3}$

► 思维探索 选做题

15. 已知有一个棱长为 1 的正方体, 若正方体内有两个球相外切且又分别与正方体的三个面相切, 则两球半径之和为 _____.

*16. 设地球的半径为 R , 在北纬 45° 上有两个点 A, B , 点 A 在西经 40° 上, 点 B 在东经 50° 上, 求 A, B 两点间北纬 45° 圈的劣弧长.

05

精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

► 滚动习题 (一)

范围 9.1 ~ 9.3

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、单项选择题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

1. [2024·浙江精诚联盟高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $A = \frac{\pi}{12}$,

$B = \frac{\pi}{4}$, $c = 3 + \sqrt{3}$, 则 $b =$ ()

- A. $\sqrt{3}$
- B. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
- C. $\sqrt{2}$
- D. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a = 9, b = 2\sqrt{3}, C = 150^\circ$, 则 $c =$ ()

- A. $\sqrt{39}$
- B. $8\sqrt{3}$
- C. $10\sqrt{2}$
- D. $7\sqrt{3}$

二、多项选择题: 本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $b = 3, c = 3\sqrt{3}, B = 30^\circ$, 则 AB 边上的中线长可能为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{2}$
- B. $\frac{3}{4}$
- C. $\frac{3}{2}$
- D. $\frac{7}{2}$

三、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b = \sqrt{7}, c = \sqrt{3}, B = \frac{\pi}{6}$, 则 $a =$ _____.

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b = 1, c = \sqrt{3}, S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$, 则 $A =$ _____.

目录 Contents

09 第九章 解三角形

PART NINE

9.1 正弦定理与余弦定理	练 001/导 139
9.1.1 正弦定理	练 001/导 139
第 1 课时 正弦定理（一）	练 001/导 139
第 2 课时 正弦定理（二）	练 003/导 141
9.1.2 余弦定理	练 005/导 144
第 1 课时 余弦定理	练 005/导 144
第 2 课时 正、余弦定理解三角形	练 007/导 146
9.2 正弦定理与余弦定理的应用	练 009/导 149
9.3 数学探究活动：得到不可达两点之间的距离	导 153
🔗 滚动习题（一） [范围 9.1~9.3]	练 012
🔗 本章总结提升	导 154

10 第十章 复数

PART TEN

10.1 复数及其几何意义	练 014/导 157
10.1.1 复数的概念	练 014/导 157
10.1.2 复数的几何意义	练 016/导 160
10.2 复数的运算	练 018/导 163
10.2.1 复数的加法与减法	练 018/导 163
10.2.2 复数的乘法与除法	练 020/导 165
🔗 滚动习题（二） [范围 10.1~10.2]	练 022
* 10.3 复数的三角形式及其运算	练 024/导 168
🔗 本章总结提升	导 172

11 第十一章 立体几何初步

PART ELEVEN

11.1 空间几何体	练 026/导 175
11.1.1 空间几何体与斜二测画法	练 026/导 175
11.1.2 构成空间几何体的基本元素	练 028/导 178
11.1.3 多面体与棱柱	练 030/导 183
11.1.4 棱锥与棱台	练 033/导 187

11.1.5 旋转体	练 036/导 190
11.1.6 祖暅原理与几何体的体积	练 038/导 195
④ 滚动习题(三) [范围 11.1]	练 041
11.2 平面的基本事实与推论	练 044/导 198
11.3 空间中的平行关系	练 046/导 201
11.3.1 平行直线与异面直线	练 046/导 201
11.3.2 直线与平面平行	练 049/导 205
第 1 课时 直线与平面平行的判定定理	练 049/导 205
第 2 课时 直线与平面平行的性质定理	练 052/导 207
11.3.3 平面与平面平行	练 055/导 210
第 1 课时 平面与平面平行的判定定理	练 055/导 210
第 2 课时 平面与平面平行的性质定理	练 058/导 213
④ 滚动习题(四) [范围 11.2~11.3]	练 061
11.4 空间中的垂直关系	练 064/导 215
11.4.1 直线与平面垂直	练 064/导 215
第 1 课时 异面直线所成的角、直线与平面垂直的判定定理	练 064/导 215
第 2 课时 直线与平面垂直的性质、线面角	练 067/导 219
11.4.2 平面与平面垂直	练 070/导 222
第 1 课时 二面角、平面与平面垂直的判定定理	练 070/导 222
第 2 课时 平面与平面垂直的性质定理	练 073/导 226
④ 滚动习题(五) [范围 11.4]	练 076
④ 滚动习题(六) [范围 11.3~11.4]	练 078
④ 滚动习题(七) [范围 11.1~11.4]	练 081
④ 本章总结提升	导 229
◆ 参考答案(练习册)	练 083
◆ 参考答案(导学案)	导 233

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第九章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第十章]	卷 03
单元素养测评卷(三) [第十一章]	卷 05
模块素养测评卷(一)	卷 07
模块素养测评卷(二)	卷 09
参考答案	卷 11

9.1 正弦定理与余弦定理

9.1.1 正弦定理

第1课时 正弦定理(一)

一、选择题

- [2023·石家庄高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $b=5, B=\frac{\pi}{4}, \tan A=2$,则 $a=$ ()
 A. $2\sqrt{10}$ B. $4\sqrt{10}$
 C. $10\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$
- [2023·北京清华大学附中高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5, BC=6, \cos B=\frac{3}{5}$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
 A. 24 B. 18 C. 12 D. 9
- 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $b=2, B=30^\circ, C=135^\circ$,则 $a=$ ()
 A. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{6}+\sqrt{2}$
 C. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$
- 在钝角三角形 ABC 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $a=4, b=4\sqrt{3}, A=30^\circ$,则 $\triangle ABC$ 中最大的角为 ()
 A. 120° B. 130°
 C. 110° D. 150°
- [2024·西安电子科技大学中学高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $b=6\sqrt{3}, c=6, C=30^\circ$,则 a 的值为 ()
 A. 6或8 B. 8
 C. 6或12 D. 12
- [2024·重庆南开中学高一期末] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $a=4, \sin A=\frac{4}{5}$,则下列条件能使解出的 $\triangle ABC$ 有两个的是 ()
 A. $b=4$ B. $c=5$
 C. $B=60^\circ$ D. $C=45^\circ$

- 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $B=\frac{\pi}{3}, c=2, BC$ 边上的高等于 $\frac{a}{3}$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
 A. $\frac{9}{2}$ B. 9
 C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$
- (多选题)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,根据下列条件解三角形,其中有两解的是 ()
 A. $b=10, A=45^\circ, C=70^\circ$
 B. $b=45, c=48, B=60^\circ$
 C. $a=14, b=16, A=45^\circ$
 D. $a=7, b=5, A=80^\circ$
- (多选题)已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $\cos A=\frac{3}{4}, C=2A$,则 ()
 A. $\triangle ABC$ 为钝角三角形
 B. C 为最大的内角
 C. $a:b:c=4:5:6$
 D. $A:B:C=2:3:4$

二、填空题

- [2024·广东汕头河溪中学高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $b=\sqrt{3}, c=1, B=\frac{\pi}{3}$,则 $S_{\triangle ABC}=$ _____.
- 若满足 $B=\frac{\pi}{4}, AC=6, BC=k$ 的 $\triangle ABC$ 恰有一个,则实数 k 的取值范围是_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $b=4a, A+C=\frac{5\pi}{6}$,则 $\sin A=$ _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

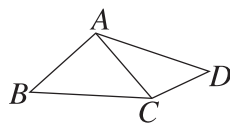
三、解答题

13. [2023·河北定州二中高一月考] (1)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $a=2\sqrt{2}, A=30^\circ, B=45^\circ$,求解这个三角形;
(2)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $a=2\sqrt{3}, b=6, A=30^\circ$,求解这个三角形.

14. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $B=30^\circ, b=\sqrt{2}, c=2$.
(1)求角 C 的大小;
(2)若角 C 为锐角,求 a 的值;
(3)求 $\triangle ABC$ 的面积.

思维探索 选做题

15. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $\angle ABC=120^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D ,且 $BD=1$,则 $4a+3c$ 的最小值为 ()
A. $7+4\sqrt{3}$ B. $7+2\sqrt{7}$
C. $12+2\sqrt{7}$ D. $12+4\sqrt{3}$
16. [2023·湖南岳阳高一期末] 如图,在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAC=90^\circ, \angle DAC=30^\circ, \angle DCB=150^\circ, CD=1, BC=2$.
(1)求证: $\sin^2 B + \sin^2 D = 1$;
(2)求 AC 的长.



第 2 课时 正弦定理 (二)

一、选择题

1. 在锐角三角形 ABC 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $2a \sin B = \sqrt{3}b$, 则角 A 等于 ()

A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a = b \sin A$, 则 $\triangle ABC$ 一定是 ()

A. 锐角三角形 B. 直角三角形

C. 钝角三角形 D. 等腰三角形
3. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $C = 30^\circ, c = 10$. 若 $\triangle ABC$ 有两解, 则 a 的取值范围是 ()

A. $[10, 20]$ B. $[10, 10\sqrt{3}]$

C. $(10, 10\sqrt{3})$ D. $(10, 20)$
4. [2024 · 河南焦作沁阳高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b \cos(A+B) = (c-2a) \cos B$, 则 $B =$ ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
5. [2024 · 广东深圳三中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, $2c \sin^2 \frac{A}{2} = c - b$ (a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边), 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()

A. 正三角形

B. 直角三角形

C. 等腰直角三角形

D. 等腰三角形
6. 设锐角三角形 ABC 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos B + \sqrt{3} \sin B = 2, c = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积取值范围为 ()

A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 4\sqrt{3})$ B. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 2\sqrt{3})$

C. $(\frac{\sqrt{3}}{4}, \sqrt{3})$ D. $(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{\sqrt{3}}{4})$
7. [2024 · 江苏新海高级中学高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $b = c \cos \angle BAC$, 且 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , $AD = 1, \cos \angle BAC = \frac{1}{8}$, 则 $AB =$ ()

A. 2 B. 4

C. 6 D. 8
8. (多选题) [2024 · 江苏无锡一中高一月考] 在锐角三角形 ABC 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $c - b = 2b \cos A$, 则下列四个结论中正确的是 ()

A. $A = 2B$

B. B 的取值范围为 $(0, \frac{\pi}{4})$

C. $\frac{a}{b}$ 的取值范围为 $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$

D. $\frac{1}{\tan B} - \frac{1}{\tan A} + 2 \sin A$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$
9. (多选题) 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 则下列说法正确的是 ()

A. 若 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 则 $\sin A > \cos B$

B. 若 $b = a \cos C + c \cos A$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形

C. 若 $b \cos C + c \cos B = b$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形

D. 若 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 则 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$

二、填空题

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $2c \cos B = 2a - b$, 则 $C =$ _____.
11. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $(2a + b) \cos C + c \cos B = 0$, 则 $\sin A \cdot \sin B$ 的最大值为 _____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2, \angle BAC = 60^\circ, BC = \sqrt{6}$, D 为 BC 上一点, AD 为 $\angle BAC$ 的平分线, 则 $AD =$ _____.

班级
姓名
答题区
号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. [2023·广东东莞弘林高级中学高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边, 求证: $\frac{a^2-b^2}{\cos A+\cos B} + \frac{b^2-c^2}{\cos B+\cos C} + \frac{c^2-a^2}{\cos C+\cos A} = 0$.

14. [2024·福州一中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 所对的边, 且 $\sin B \sin C = \cos^2 \frac{A}{2}$.
- (1) 证明: $\triangle ABC$ 是等腰三角形;
- (2) 若 $\tan \frac{A+B}{2} + \tan \frac{C}{2} = 4, a = 2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

思维探索 选做题

15. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sqrt{3}c \cos A + a \sin C = 0$, 若角 A 的平分线交 BC 于点 D , 且 $AD = 1$, 则 $b+c$ 的最小值为 _____.
16. [2024·武汉高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \cos(B-C) - a \cos(B+C) = 2\sqrt{3}c \sin B \cos A$.
- (1) 求角 A 的大小;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积取值范围.

9.1.2 余弦定理

第1课时 余弦定理

一、选择题

1. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a=3, b=\sqrt{7}, c=2$,则 B 等于 ()
A. 30° B. 45°
C. 60° D. 120°
2. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a=3, b=4, C=120^\circ$,则 $c=$ ()
A. 37 B. 13
C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{37}$
3. [2024·北京西城区高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a^2+b^2-c^2=kab$,则实数 k 的取值范围是 ()
A. $(-2, 2)$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ D. $(0, 1)$
4. 在 $\triangle ABC$ 中, $A=60^\circ$,且最大边的长和最小边的长是方程 $x^2-7x+11=0$ 的两个根,则第三边的长为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
5. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $A=60^\circ, a=\sqrt{6}, b=2$,则 $\cos C=$ ()
A. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
6. [2024·北京一零一中学高一期末] 已知钝角三角形 ABC 的面积是 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, $AB=1, BC=\sqrt{3}$,则 $AC^2=$ ()
A. $4-\sqrt{3}$ B. $4+\sqrt{3}$
C. 7 D. 7或1
7. [2024·辽宁葫芦岛高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边,且 $2\sin^2(\frac{A+C}{2}) > \frac{a}{c} + 1$,则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()
A. 直角三角形
B. 锐角三角形
C. 直角或钝角三角形
D. 钝角三角形
8. (多选题)[2024·上海松江二中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且满足 $B=\frac{\pi}{3}, a+c=\sqrt{3}b$,则 $\frac{a}{c}$ 可以为 ()
A. 2 B. 3
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$
9. (多选题)[2024·浙江临平萧山高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $a=5, b=6, c=7$,则下面说法正确的是 ()
A. $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 6 : 7$
B. $\cos A : \cos B : \cos C = 5 : 6 : 7$
C. $\triangle ABC$ 是锐角三角形
D. $\triangle ABC$ 的最大内角是最小内角的2倍

二、填空题

10. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ,若 $A=\frac{\pi}{3}, a=\sqrt{6}, c=\sqrt{5}$,则 $b=$ _____.
11. 若三角形的三边长为连续的自然数,且最大角为钝角,则最小角的余弦值为_____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $3a^2+3b^2-3c^2+2ab=0$,则 $\tan C=$ _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, 且 $\sin^2 A - \sin^2 B - \sin^2 C = -\sin B \sin C$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $a = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b^2 + (c-b)c = a^2$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $5\sqrt{3}$, $b = 5$, 求 $\sin B \sin C$ 的值.

思维探索 选做题

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$, D 在边 AC 上, 且 BD 平分 $\angle ABC$, 若 $AD = 2CD = 4$, 则 BD 的长为_____.

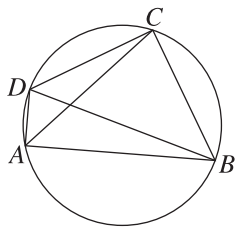
16. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC = 7, AC = 8, AB = 9$, 求 AC 边上的中线长.



第2课时 正、余弦定理解三角形

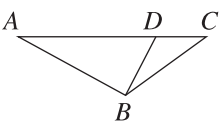
一、选择题

- [2024·云南云天化中学高一期末] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $9\sin^2 B = 4\sin^2 A$, $\cos C = \frac{1}{4}$, 则 $\frac{c}{a} =$ ()
 A. $\frac{\sqrt{11}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{11}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$
- 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $b = \sqrt{3}$, $B = \frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长等于 ()
 A. $2 + \sqrt{3}$ B. $3 + \sqrt{3}$
 C. $3\sqrt{3}$ D. $\frac{5 + 3\sqrt{3}}{2}$
- [2024·长沙明德中学高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 已知 $\sin A \cos C = 2\sin C \cos A$, 且 $a^2 - c^2 = 3b$, 则 $b =$ ()
 A. 9 B. 6
 C. 3 D. 18
- 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $(\sin^2 A + \sin^2 C - \sin^2 B) \cdot \tan B = \sin A \cdot \sin C$, 则 $B =$ ()
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
 C. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$
- [2024·合肥高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $2b \cos C = a(2 - c)$, 且 $B = \frac{\pi}{3}$, 则 $a =$ ()
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
- 如图, A, B, C, D 四点共圆, 其中 BD 为直径, $AB = 4$, $BC = 3$, $\angle ABC = 60^\circ$, 则 $\triangle ACD$ 的面积为 ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{7\sqrt{3}}{6}$



- [2024·重庆荣昌中学高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, $B = 60^\circ$, $AB = 2$, M 是边 BC 的中点, $AM = 2\sqrt{3}$, 则 $AC =$ ()
 A. $2\sqrt{13}$ B. 2
 C. $2\sqrt{3}$ D. 4
- (多选题) [2024·福建南平政和二中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则下列关系式中正确的是 ()
 A. $(b+c)(b-c) = 2ab \sin C - a^2$
 B. $(b+c)(b-c) = 2ab \cos C - a^2$
 C. $c(a \cos B - b \cos A) = a^2 - b^2$
 D. $\sin(A+B) \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$
- (多选题) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $A = 60^\circ$, $b = 2$, $c = \sqrt{3} + 1$, 则下列说法正确的是 ()
 A. $C = 75^\circ$ 或 $C = 105^\circ$
 B. $B = 45^\circ$
 C. $a = \sqrt{6}$
 D. $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

二、填空题

- [2023·河南豫北名校高一 期中] 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  点 D 在 AC 上, $AB \perp BD$, $BC = 3\sqrt{3}$, $BD = 5$, $\sin \angle ABC = \frac{2\sqrt{3}}{5}$, 则 CD 的长度为 _____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a = \sqrt{7}$, $b = 2$, $C = 2B$, 则 $AB =$ _____.
- [2023·河北唐山高一期末] 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $4S = \tan A(b^2 + c^2 - 5)$, 则 $a =$ _____.

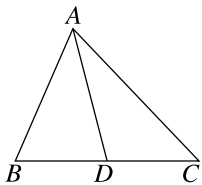
班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. [2024·广州执信中学高一月考] 如图,在锐角三角形 ABC 中, BC 边上的中线 AD 的长度为 3,且 $\sin B = \frac{3\sqrt{6}}{8}, \cos \angle ADC = -\frac{1}{4}$.

$$\sin B = \frac{3\sqrt{6}}{8}, \cos \angle ADC = -\frac{1}{4}.$$

- (1)求边 AB 的长;
 (2)求 $\triangle ABC$ 的面积.



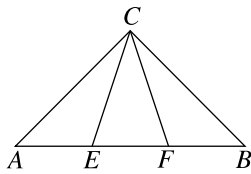
14. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $\frac{b}{a} = \frac{2 - \cos B}{1 + \cos A}$.

$$\frac{b}{a} = \frac{2 - \cos B}{1 + \cos A}.$$

- (1)证明: $2a = b + c$;
 (2)若 $\cos A = \frac{4}{5}, a = 2\sqrt{6}$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

思维探索 选做题

15. [2024·河南洛阳栾川一中高一月考] 如图, E, F 是等腰直角三角形 ABC 的斜边 AB 的三等分点,



则 $\tan \angle ECF =$ ()

- A. $\frac{16}{27}$ B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

16. [2023·安徽皖北名校高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,已知

$$b^2 = ac \text{ 且 } \cos B = \frac{3}{4}.$$

- (1)求 $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan C}$ 的值;
 (2)设 $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \frac{3}{2}$,求 $a + c$ 的值.

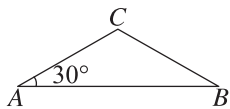
9.2 正弦定理与余弦定理的应用

一、选择题

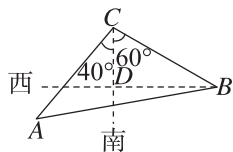
1. 学校体育馆的“人字形”屋架为等腰三角形,如图
所示,测得 AC 的长为 4 m , $A = 30^\circ$, 则 AB 的
长为 ()

A. 12 m
C. $3\sqrt{3}\text{ m}$

B. 8 m
D. $4\sqrt{3}\text{ m}$



第1题图

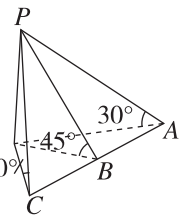


第2题图

2. 如图,两座灯塔 A 和 B 到海岸观察站 C 的距离
相等,灯塔 A 在观察站南偏西 40° 的方向上,灯塔
 B 在观察站南偏东 60° 的方向上,则灯塔 A 在灯
塔 B ()

A. 北偏东 10° 的方向上
B. 北偏西 10° 的方向上
C. 南偏东 80° 的方向上
D. 南偏西 80° 的方向上

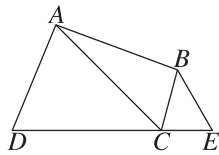
3. [2023·上海华东师大附中高一
月考] 如图所示,在地面上
共线的三点 A, B, C 处测得一
建筑物的仰角分别为 $30^\circ, 45^\circ,$
 60° , 且 $AB = BC = 60\text{ m}$, 则该
建筑物的高度为 ()



A. $15\sqrt{6}\text{ m}$
C. $25\sqrt{6}\text{ m}$

B. $20\sqrt{6}\text{ m}$
D. $30\sqrt{6}\text{ m}$

4. 如图所示,为了测量 A, B 两
座岛之间的距离,小船从初始
位置 C 出发,已知 A 在 C 北
偏西 45° 的方向上, B 在 C 北
偏东 15° 的方向上. 船先向东开 2 百海里到达 E
处,此时测得 B 在 E 北偏西 30° 的方向上. 再开
回 C 处,由 C 向西开 $2\sqrt{6}$ 百海里到达 D 处,测得
 A 在 D 北偏东 22.5° 的方向上,则 A, B 之间的
距离为 ()



A. 3 百海里
C. 4 百海里

B. $3\sqrt{2}$ 百海里
D. $4\sqrt{2}$ 百海里

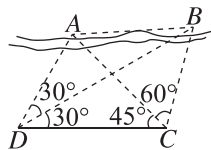
5. 如图,为了测量河对岸 A, B 两点间的距离,在河
的一边测得 $CD = 1\text{ km}$, $\angle ADB = \angle CDB = 30^\circ$,
 $\angle DCA = 45^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$, 则 A, B 两点间的距
离是 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\text{ km}$

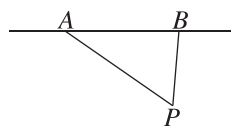
B. $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}\text{ km}$

C. $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{2}\text{ km}$

D. $\frac{2\sqrt{2}}{2}\text{ km}$



第5题图



第6题图

6. 如图所示,在限速为 90 km/h 的公路 AB 旁有一
测速站 P , 已知点 P 距测速区间起点 A 的距离
为 0.07 km , 距测速区间终点 B 的距离为
 0.04 km , 且 $\angle APB = 60^\circ$, 现测得某辆汽车从点
 A 行驶到点 B 所用的时间为 3 s , 则此车的速度
介于 ()

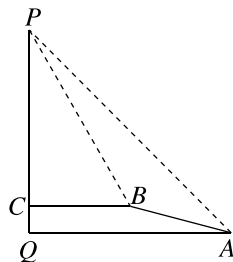
A. 60 至 70 km/h

B. 70 至 80 km/h

C. 80 至 90 km/h

D. 90 至 100 km/h

7. 鼎湖峰矗立于浙江省缙云县仙都风景名胜区,状
如春笋拔地而起,其峰顶镶嵌着一汪小湖,传说
黄帝炼丹鼎坠积水成湖,白居易曾以诗赋之:“黄
帝旌旗去不回,片云孤石独崔嵬. 有时风激鼎湖
浪,散作晴天雨点来”. 某校开展数学建模活动,
有建模课题组的学生选择测量鼎湖峰的高度,为
此他们设计了测量方案. 如图,在山脚 A 处测得
山顶 P 的仰角为 45° , 沿倾斜角为 15° 的斜坡向上
走了 90 米到达 B 处 (A, B, P, Q 在同一个平面
内), 在 B 处测得山顶 P 的仰角为 60° , 则鼎湖峰
的高 PQ 为 ()



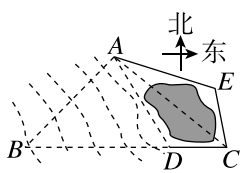
A. $45(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ 米

B. $45(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ 米

C. $90(\sqrt{3}-1)$ 米

D. $90(\sqrt{3}+1)$ 米

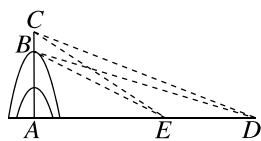
8. (多选题)[2024·安徽安庆一中高一月考] 在学习了三角形的知识后,为了锻炼实践能力,某同学策划了一次



实地测量活动,他位于河东岸,在靠近河岸不远处有一小湖,他于点 A 处测得河对岸点 B 位于点 A 的南偏西 45° 的方向上,由于受到地势的限制,他又选了点 C, D, E,使点 B, C, D 共线,点 B 位于点 D 的正西方向上,点 C 位于点 D 的正东方向上,测得 $CD = CE = 100$ m, $\angle BAD = 75^\circ$, $\angle AEC = 120^\circ$, $AE = 200$ m, 经过计算得到如下数据,其中正确的是 ()

- A. $AD = 200$ m
 B. $\triangle ADC$ 的面积为 $1000\sqrt{3}$ m²
 C. $AB = 100\sqrt{6}$ m
 D. 点 A 在点 C 的北偏西 30° 的方向上

9. (多选题)[2024·河南商丘高一期末] 如图,为测量海岛的高度 AB 以及其最高处瞭望塔的塔高 BC, 测量船沿航线 DA 航行,且 DA 与 AC 在同一铅垂面内,测量船在 D 处测得

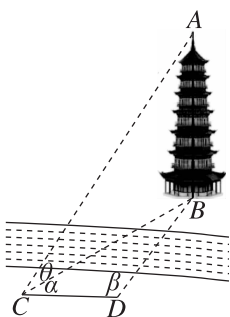


$\angle BDA = \alpha$, $\angle CDA = \beta$, 然后沿航线 DA 向海岛的方向航行 m 千米到达 E 处,测得 $\angle BEA = \gamma$, $\angle CEA = \delta$ ($\delta > \gamma > \beta > \alpha$, 测量船的高度忽略不计), 则 ()

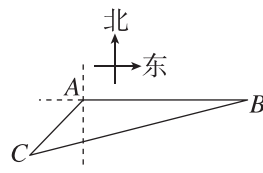
- A. $AB = \frac{m \sin \gamma \sin \alpha}{\sin(\gamma - \alpha)}$
 B. $AE = \frac{m \sin \gamma \cos \gamma}{\sin(\gamma - \alpha)}$
 C. $BC = \frac{m \sin \alpha \sin(\delta - \gamma)}{\cos \delta \sin(\gamma - \alpha)}$
 D. $AC = \frac{m \sin \delta \sin \beta}{\sin(\delta - \beta)}$

二、填空题

10. 如图,为测得河对岸塔 AB 的高,可在河岸上选取与塔底 B 在同一水平面的两个测量点 C 与 D, 现测得 $\angle ACB = \theta$, $\angle BCD = \alpha$, $\angle BDC = \beta$, $CD = s$, 则塔 AB 的高度为_____.

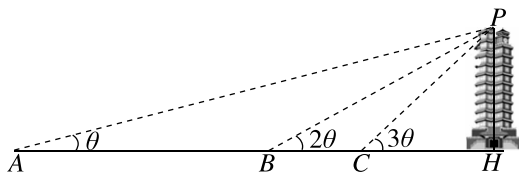


11. 如图所示,位于 A 处的信息中心获悉,在其正东方向相距 $30\sqrt{2}$ 海里的 B 处有一艘渔船遇险,在原地



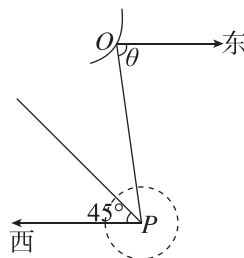
等待营救.信息中心立即把消息告知在其南偏西 45° 相距 20 海里的 C 处的乙船,现乙船朝北偏东 θ 的方向沿直线 CB 前往 B 处救援,则 $BC =$ _____ 海里, $\cos \theta =$ _____.

12. [2024·郑州外国语学校高一月考] 郑州二七罢工纪念塔位于郑州市中心二七广场,是郑州城市的标志性建筑.如图,小米同学为了测量二七塔的塔高 PH, 在塔底所在的水平面内取点 A, 测得塔顶的仰角为 θ , 前进 130 米后到达点 B, 测得塔顶的仰角为 2θ , 再前进 $\frac{520}{11}$ 米后到达点 C, 测得塔顶的仰角为 3θ , 则塔高 PH = _____ 米.(参考数据: $\sqrt{15} \approx 3.87$, 最终结果保留整数,即结果精确到 1 米)



三、解答题

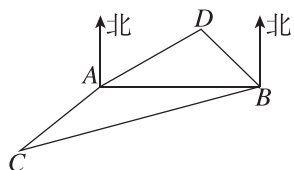
13. 在某港口附近的海面有一台风,据监测,当前台风中心位于港口 O (如图)东偏南 θ ($\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{10}$) 方向 300 千米的海面 P 处,并以 20 千米/时的速度沿直线向北偏西 45° 方向移动,台风侵袭的范围为圆形区域,当前半径为 60 千米,并以 10 千米/时的速度不断增大,问几个小时后该港口开始受到台风的侵袭? 受到台风侵袭的时间有多长?



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

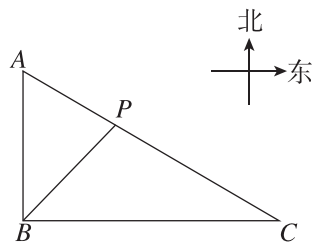
14. 如图, A, B 是海面上位于东西方向相距 $(3 + \sqrt{3})$ 千米的两个观测点, 现位于点 A 北偏东 60° , 点 B 西北方向的点 D 处有一艘渔船发出求救信号, 位于点 B 南偏西 75° 且与点 B 相距 $3\sqrt{6}$ 千米的点 C 处的救援船立刻前往营救, 其航行速度为 30 千米/时. 求:

- (1) 观测点 B 与点 D 处的渔船间的距离;
- (2) 位于点 C 处的救援船到达点 D 所需的时间.



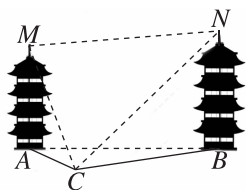
16. [2023·天津益中学校高一月考] 如图, A, B, C 三地有直道相通, 其中 AB, BC 为步行道, AC 为机动车道, 已知 A 在 B 的正北方向 6 km 处, C 在 B 的正东方向 $6\sqrt{3}$ km 处, 某校开展步行活动, 从 A 地出发, 经 B 地到达 C 地, 中途不休息.

- (1) 媒体转播车从 A 地出发, 沿 AC 行至点 P 处, 此时 $\angle ABP = 45^\circ$, 求 PB ;
- (2) 媒体记者随队步行, 媒体转播车从 A 地沿 AC 前往 C 地, 两者同时出发, 步行的速度为 6 km/h, 为配合转播, 转播车的速度为 12 km/h, 记者和转播车通过专用对讲机保持联系, 转播车开到 C 地后原地等待, 直到记者到达 C 地, 若对讲机的有效通话距离不超过 9 km, 求他们通过对讲机能保持联系的总时长.



► 思维探索 选做题

15. 如图所示, 两塔塔尖分别为 M, N , 选择与塔底 A, B 在同一水平面的点 C 为观测点, 测得 $\angle MCN = 150^\circ, AC = 60$ m, $BC = 70\sqrt{3}$ m, $\tan \angle MCA = \frac{3}{4}, \cos \angle NCB = \frac{14}{15}$, 则塔尖 M, N 之间的距离为 ()



- A. $75\sqrt{2}$ m
- B. 150 m
- C. $75\sqrt{7}$ m
- D. $75\sqrt{10}$ m

滚动习题 (一)

范围 9.1~9.3

(时间:45分钟 分值:100分)

一、单项选择题:本大题共6小题,每小题5分,共30分.

1. [2024·浙江精诚联盟高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $A = \frac{\pi}{12}$,

$B = \frac{\pi}{4}, c = 3 + \sqrt{3}$,则 $b =$ ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $a = 9, b = 2\sqrt{3}, C = 150^\circ$,则 $c =$ ()

- A. $\sqrt{39}$ B. $8\sqrt{3}$
C. $10\sqrt{2}$ D. $7\sqrt{3}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $A = 120^\circ, a = \sqrt{19}, b - c = 1$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

4. [2024·合肥中国科学技术大学附中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $\cos A - \cos B + \frac{a-b}{c} = 0$,则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 等腰三角形
B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形
D. 等腰或直角三角形

5. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $c \cos B = b(\sqrt{3}a - \cos C)$,且 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2}c \cos A$,则 $A =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

6. [2024·湖南衡阳高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,其中 $a = \sqrt{6}, b = 2\sqrt{2}$,若满足条件的三角形有且只有两个,则 A 的取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{\pi}{3})$ B. $(0, \frac{\pi}{6})$
C. $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ D. $(0, \frac{\pi}{3}) \cup (\frac{2\pi}{3}, \pi)$

二、多项选择题:本大题共2小题,每小题6分,共12分.

7. [2023·安徽芜湖一中高一期中]



人民英雄纪念碑位于北京天安门广场中心,是中华人民共和国政府为纪念中国近现代史上的革命烈士而修建的纪念碑,正面镌刻着毛泽东同志所题写的“人民英雄永垂不朽”八个金箔大字.某学校计划组织学生去瞻仰人民英雄纪念碑,并用学到的数学知识测量其高度.现准备了三种工具:测角仪(可测量仰角与俯角)、米尺(可测量长度)、量角器(可测量平面角度)(工具不一定都要使用).不同小组设计了如下不同的测量方案,其中一定能计算出纪念碑高度的方案有 ()

- A. 在水平地面上任意寻找两点 A, B ,分别测量纪念碑顶端的仰角 α, β ,再测量 A, B 两点间的距离
B. 在水平地面上任意寻找两点 A, B ,分别测量纪念碑顶端的仰角 α, β ,再测量 A, B 两点间的距离和两点相对于纪念碑底部的张角 θ
C. 在纪念碑正东方向找到一座建筑物 AB (低于纪念碑),测得建筑物 AB 的高度为 h ,在该建筑物顶部和底部分别测得纪念碑顶端的仰角 α 和 β
D. 在纪念碑的正前方 A 处测得纪念碑顶端的仰角 α ,正对纪念碑前行5米到达 B 处,再次测得纪念碑顶端的仰角 β

8. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,且 $b = 3, c = 3\sqrt{3}, B = 30^\circ$,则 AB 边上的中线长可能为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

三、填空题:本大题共3小题,每小题5分,共15分.

9. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $b = \sqrt{7}, c = \sqrt{3}, B = \frac{\pi}{6}$,则 $a =$ _____.

10. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $b = 1, c = \sqrt{3}, S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$,则 $A =$ _____.

11. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,且满足 $\frac{2a-c}{b} = \frac{\cos C}{\cos B}$,则 $f(A)$ 的取值范围是_____.

四、解答题:本大题共3小题,共43分.

12. (13分)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $b = 2a \cos C$.

(1)证明: $\triangle ABC$ 为等腰三角形;

(2)若 $c = 2, 7 \cos C = 2 \cos B$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

13. (15分)[2024·西安高一期末]在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $b \sin B - a \sin A = (b-c) \sin C$.

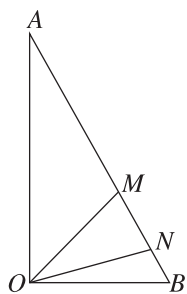
(1)求角 A 的大小;

(2)若 $a = 4$,求 $\triangle ABC$ 的周长的取值范围.

14. (15分)[2023·河南豫北名校高一期中]为了美化城市空间,拓展市民公共活动场所,某市拟把一块直角三角形 AOB 空地修建成一个“口袋公园”(指规模很小的城市户外空间). 如图,已知 $\triangle MON$ 区域是一块绿地,其余区域为休闲区, M, N 在 AB 上, $\angle AOB = 90^\circ, \angle OAB = 30^\circ, OB = 6$ m.

(1)当 $\triangle AOM, \triangle MON, \triangle BON$ 三个区域的面积相等时,求绿地区域 $\triangle MON$ 的周长.

(2)若 $\angle MON = 30^\circ$,为使休闲区尽量大,设 $\angle AOM = \theta$,问 θ 为何值时,绿地区域 $\triangle MON$ 的面积最小? 最小面积是多少?



班级

姓名

题号
答案区

1

2

3

4

5

6

7

8